$30z = 30x - 5$

$z = \frac{30x-5}{30}$

$\frac{5}{x + \frac{30x-5}{30}} = 18$

$\frac{305}{60x-5} = 18$

$305 = 1080x - 485$

$485 = 1080x$

$45 = 90x$

$25 = 45x$

$x = \frac{2}{45}$

$z = \frac{2}{45}5 - \frac{5}{30} = \frac{5}{90}$

$y = \frac{5}{10} - \frac{2}{45}5 = \frac{5}{90}5 = \frac{1}{18}5$

Вместе они обедают за $\frac{5}{x+y+z} = \frac{5}{\frac{1}{18}5 + \frac{2}{45}5 + \frac{5}{90}} = \frac{1}{\frac{10}{90}} = \frac{90}{10} =$

$= 9$ мин

Ответ: 9

$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - (x^2-2)x - 12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - x} \right| = a^2 + 2$

$\sqrt{4}$

$x^3 + (x-2)^2 - (x^2-2)x - 12 = x^3 + x^2 - 4x + 4 - x^3 + 2x - 12 = -x^2 - 2x - 8$

$= x^2 - 2x - 8 = x^2 - 2x + 1 - 9 = (1-x)^2 - 3^2 = (4-x)(-2-x)$

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - x = \sqrt{16} - x = 4 - x \quad \Rightarrow x \neq 4$

$a^2 + 2 = \left| \frac{(4-x)(-2-x)}{4-x} \right| = |-2-x|$

$x \geq 0 \Rightarrow -2 - x < 0 \Rightarrow -2 - x < -2 \Rightarrow |-2-x| > 2, \; -2 - x \neq 6 \Rightarrow$

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

№1

Пусть: в корзине S смородины, x - скорость, с которой
Маша ест смородину, y - с, которой ест Кирилл,
z - Артур, то гда:

$$\begin{cases} \frac{S}{x+y} = 10 \\ \frac{S}{y+z} = 15 \\ \frac{S}{x+z} = 18 \end{cases}$$

$S = 10x + 10y$

$10y = S - 10x$

$y = \frac{S-10x}{10}$

$\frac{S}{\frac{S-10x}{10} + z} = 15$

$\frac{10S}{S-10x+10z} = 15$?

$2S = 3S - 30x + 30z$

$S - 30x + 30z = 0$

$$\begin{cases} \sin(3\alpha)\cdot x\cdot 2x = 10\sqrt{3} \\ tg(3\alpha)\cdot\alpha\cdot x = 10\sqrt{3} \end{cases}$$

$tg(3\alpha) = \frac{\sin(3\alpha)}{\cos 3\alpha}$; $\cos(\alpha) = 1-\sin^2(3\alpha)$

Пусть: $\sin(3\alpha) = t$, ~~$\cos(3\alpha) = x$~~ ; $x^2 = a$

$$\begin{cases} 2x^2 t = 10\sqrt{3} \\ \frac{t}{1-t^2}\cdot x^2 = 10\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 2at = 10\sqrt{3} \\ \frac{t}{1-t}\cdot a = 10\sqrt{3} \end{cases}$$

$t = \frac{2a}{a} = \frac{5\sqrt{3}}{a}$

$\frac{\frac{5\sqrt{3}}{a}}{1-\frac{5\sqrt{3}}{a}}\cdot a = 10\sqrt{3}$ $\quad$ $\frac{\frac{5\sqrt{3}}{a}}{1-\frac{75}{a^2}}\cdot a = 10\sqrt{3}$

$\frac{5\sqrt{3}\cdot a}{a-5\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$ $\quad$ $\frac{a^2}{a^2-75} = 2$

$5a = 10a - 50\sqrt{3}$ $\quad$ $a^2 = 2a^2 - 150$

$50\sqrt{3} = 5a$ $\quad$ $a^2 = 150$

$a = 5\sqrt{2}\sqrt{3}$

$\frac{50\sqrt{3}}{3} = a$

$t = \frac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = ?$

$t = \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{2}$

$3\alpha = \frac{\pi}{4}$

$BH_1 = x\cdot t = 5\sqrt{2}\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{3}$

Ответ: $5\sqrt{3}$

№6

Найдём площади поперечных сечений

Треугольный: $S = (2+2\cdot\sin(30^\circ)\cdot 2+2)\cdot 2\cdot 2\cdot\cos(30^\circ) =$

$= 3\cdot 3\sqrt{3}$ $\quad$ $3\sqrt{3}$

Полукруглый $\left(6\cdot\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}:2\right)^2\cdot\pi = \frac{36}{\sqrt{3}} = \frac{36\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3}$

Квадратный $(6\sqrt{3}:3)^2 = 4\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ ~~$|-2-x| \neq 6$~~ $x \geq 0 \Rightarrow -2-x \leq -2 \Rightarrow |-2-x| \geq 2$, но $a^2+2 \geq 2 \Rightarrow$

$\begin{cases} a^2+2 \neq 2 \\ a^2+2 \neq 6 \\ a^2 \geq 0 \\ a^2 \neq 4 \end{cases}$

$a \in (-\infty; +\infty)$, но $-2-x \neq -6 \Rightarrow |-2-x| \neq 6 \Rightarrow$

$a^2+2 \neq 6 \Rightarrow a^2 \neq 4 \Rightarrow a \neq 2, a \neq -2 \Rightarrow$

$a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$.

$a \neq 2, a \neq -2$

$a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$.

$|-2-x| = a^2+2$

$-2-x = a^2+2$ | $-2-x = -a^2-2$

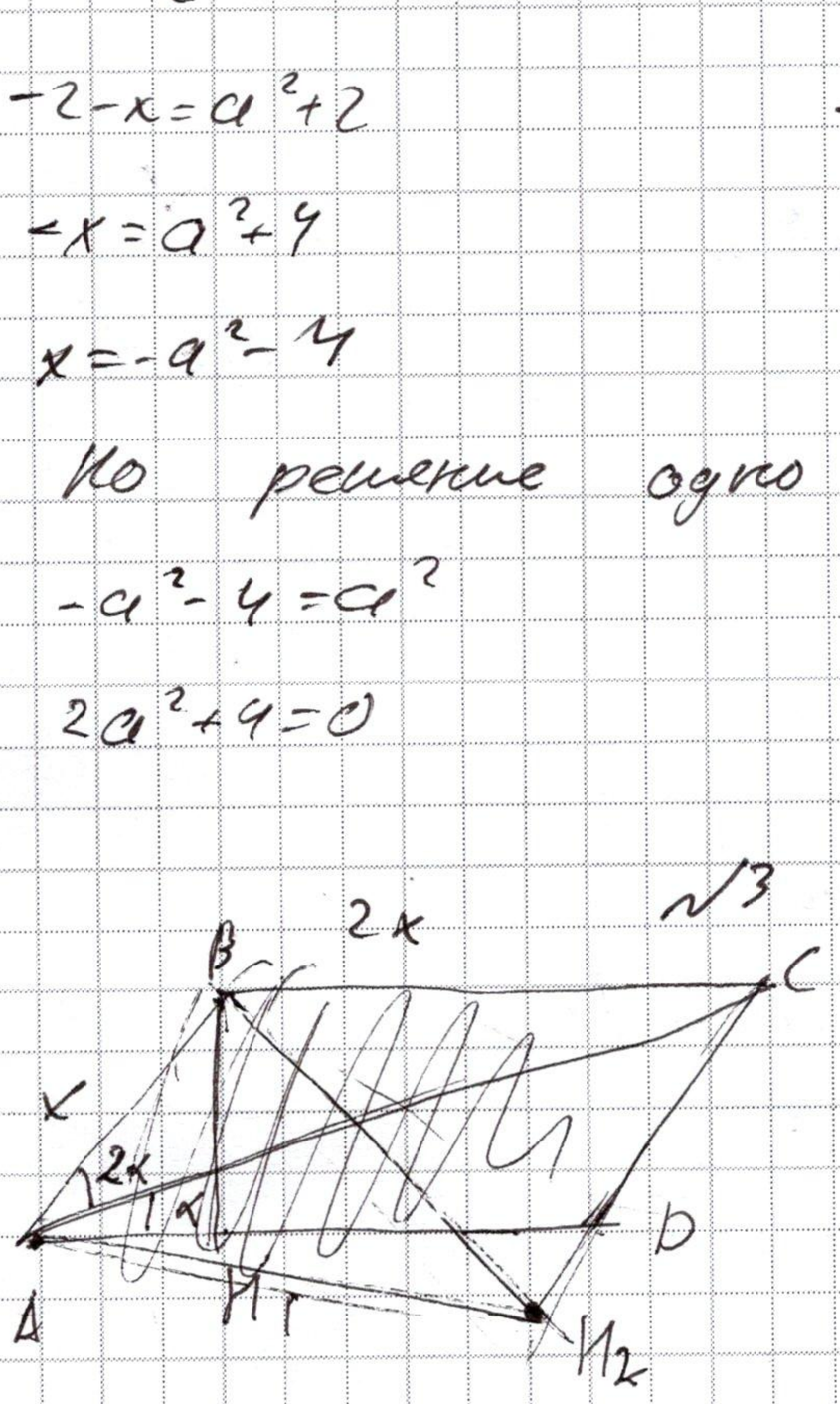
$-x = a^2+4$ | $-x = -a^2$

$x = -a^2-4$ | $x = a^2$

Но решение одно, при $x \geq 0$, но $x = a^2$, $a^2 \geq 0 \Rightarrow$

$-a^2-4 = a^2$

$2a^2+4 = 0$



$\angle K$ - общая, KA - общая, $\angle KOA = \angle LKA$, $\angle AZO =$
$= \angle AZK) \Rightarrow LKO$ - равносторонний $\Rightarrow \angle KLO = 60° \Rightarrow$
$\angle KLA = 30° \Rightarrow KA = \frac{LK}{ctg(30°)} = \frac{LK}{\sqrt{3}}$, $KN = LK \cdot tg(60°) =$
$= \sqrt{3} LK \Rightarrow$ точки A делит KL в отношении:
$\frac{LK}{\sqrt{3}} : \sqrt{3} LK = \frac{1}{3} = 1:3$

$AO = CK \Rightarrow SO = tg(60°) \cdot LK = \sqrt{3} LK$. $OA = KA = \frac{LK}{\sqrt{3}} \Rightarrow$
$SA = \sqrt{3} LK - \frac{1}{\sqrt{3}} LK = \frac{3-1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} LK$
$SL = LK : \cos(60°) = LK : \frac{1}{2} = 2LK$
$LA = LK : \cos(30°) = \sqrt{3} LK \Rightarrow SL : LA = \frac{2LK}{\sqrt{3} LK} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
Ответ: $1:3$; $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

$\sqrt{2}$

$(y-1)(4x+8) = 3x^2 - x - 14$
$y \in Z \Rightarrow y - 1 \in Z \Rightarrow$
$\frac{3x^2 - x - 14}{4x+8} \in Z$, где $x \neq -2$

Проверим $x = -2$
$4x + 8 = -8 + 8 = 0 \quad (y-1)(4x+8) = 0$
$3x^2 - x - 14 = 12 + 2 - 14 = 0 \Rightarrow x = -2$, $y \in (-\infty, +\infty) \cap Z$

теперь когда
$\frac{3x^2 - x - 14}{4x+8} \in Z \quad \frac{3x^2 - x - 14}{4x+8} = \frac{3x^2 - x - 14}{4(x+8)} \Rightarrow 3x^2 - x - 14$ должно делиться
на 4 $\Rightarrow 3x^2 - x - 14$ четное $\Rightarrow 3x^2 - x$ - четное $\Rightarrow x(3x-1)$ - четное
$3x - 1$ - четное, когда x - нечёт // x - четный $\Rightarrow$
$3x^2 - x - 14$ всегда четное, но $3x^2 - x - 14$ должно делиться
на "4"

$3x^2$ - дел на "4" и $-14 - x$ дел на "4"
$x \in$ четные; x дел на "2", но не на "4"

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

При выполнение ограничений
площадь будет равна:

$12\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 40\sqrt{3} = 64\sqrt{3}$ => остается

$36\sqrt{3}$

Рассмотрим какие мячи более выгодны:

Прозрачный: $\frac{3\sqrt{3}}{5} = 0{,}6\sqrt{3}$ за 1 у.е.

Полукруглый: $\frac{12\sqrt{3}}{7} = \frac{12}{7}\sqrt{3}$ за 1 у.е.

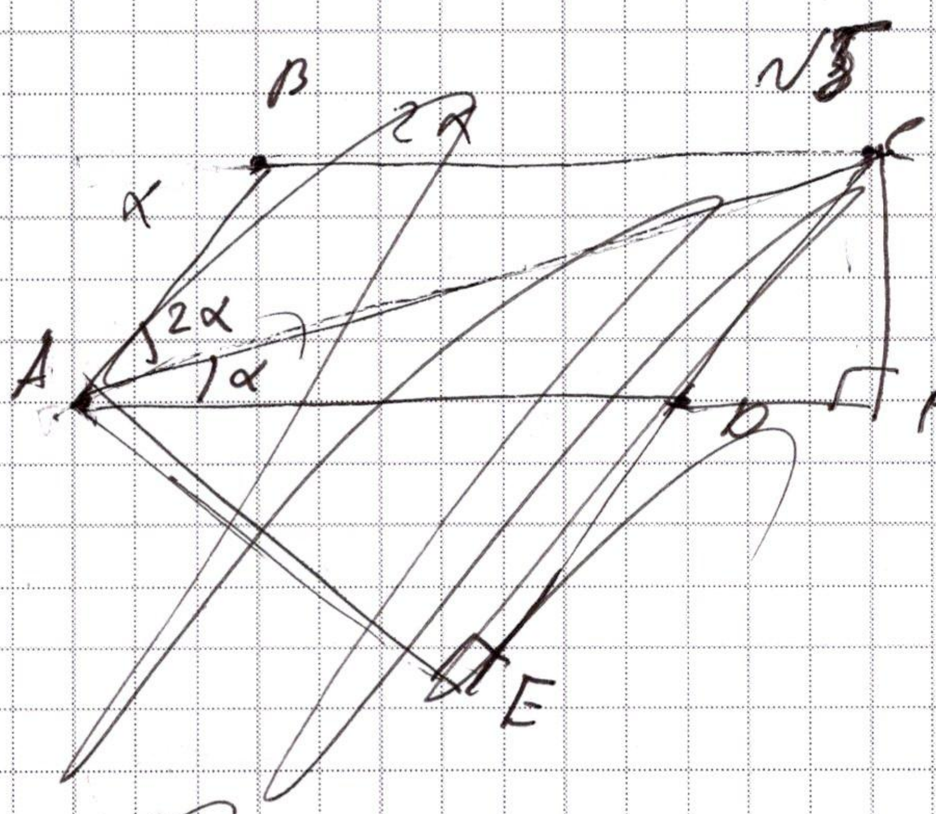
Квадратный: $\frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ за 1 у.е. =>

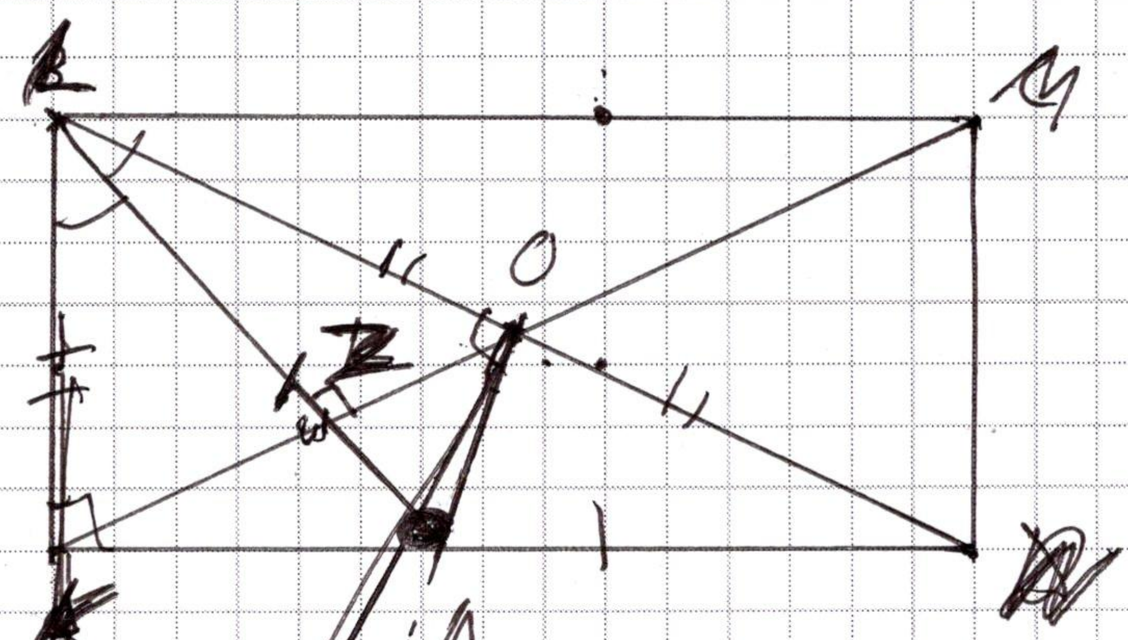
Самый выгодный полукруглый, при чём с их помощью можно покрыть оставшуюся площадь

за $\frac{36\sqrt{3}}{12\sqrt{3}} = 3$ мяча от итоговая стоимость будет

$4 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 10 = 20 + 28 + 40 = 88$ у.е.

Ответ: 88 у.е.





$DF = 2\sin(2\alpha) = x$

$\triangle BAD$ равнобедренный, AO - медиана => AO - высота

($AO \perp BD$) => $\triangle LAN$ равнобедренный, AO - медиана =>

AO - высота ($AO \perp LN$) => $\triangle KLA = \triangle AOL$ (LA - общая,

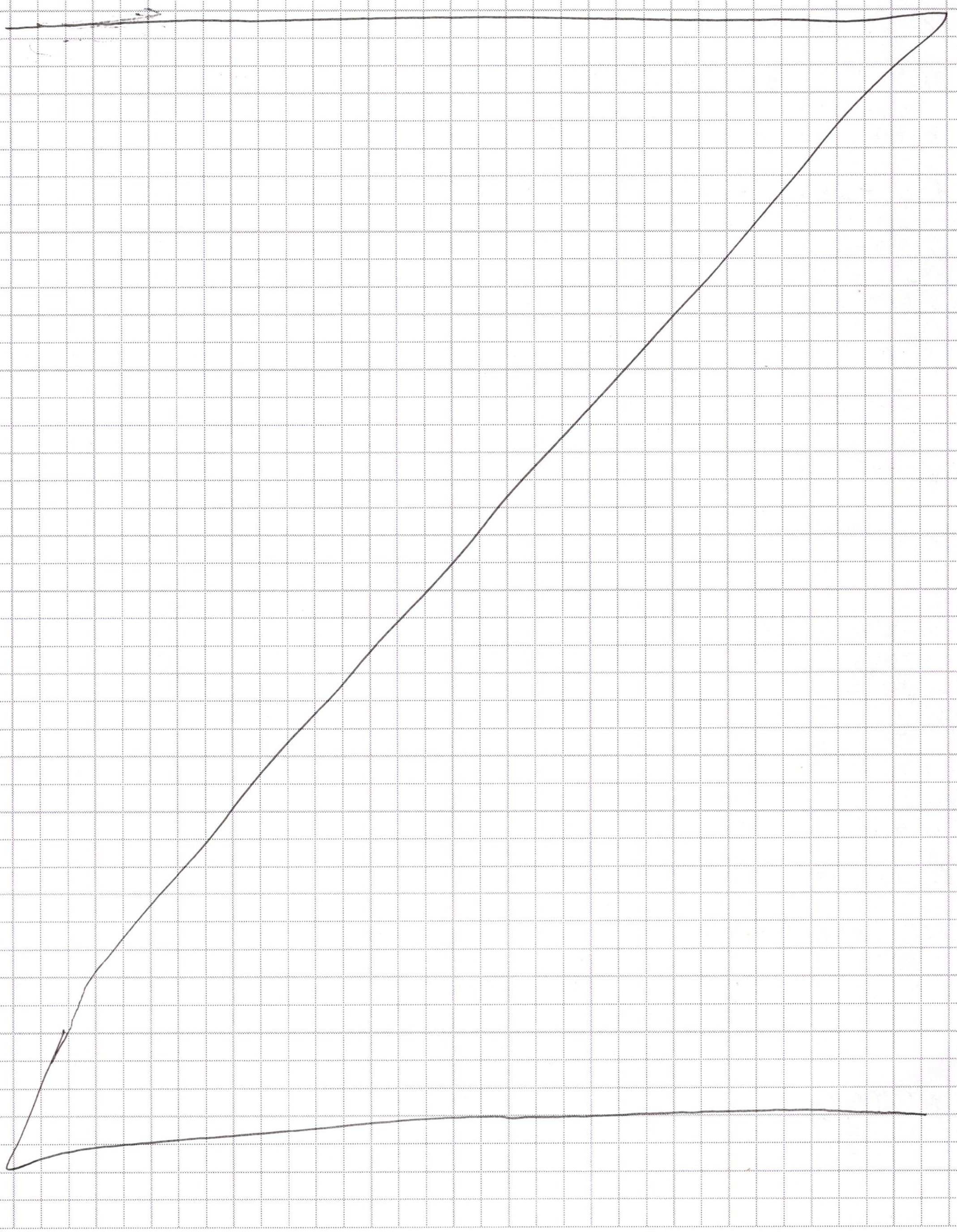
Можно использовать оборот листа для записи решений

Рассмотрим x дел на "2" но не дел на "4",

тогда $4x+y = 4(x+2) = x+2$ дел на "4" $\Rightarrow$

$0,75x^2 + 0,25x - 3,5$ дел на "4"

Ответ: $(-2; (-\infty; +\infty))$



или

$3x^2+4$ дел на $4y^2$ — x дел на "4"

$3x^2-x+2$ дел на "14"

Пусть $x-1$ дел на "4", $y=x-1$

$3(y^2+2y+1)-y-1+2 = 3y^2+6y+4-y = y(3y+5)+4$ где

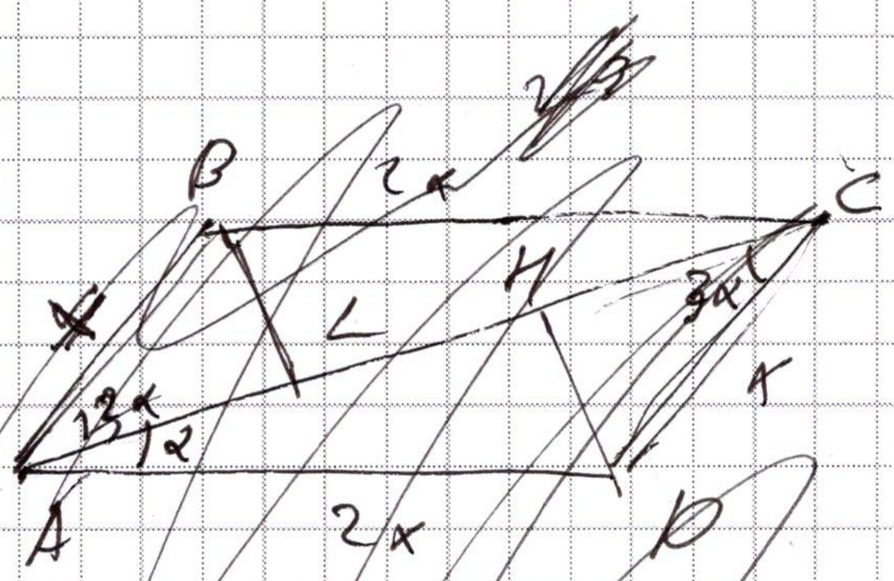
$y(3y+5)$ дел на "4", 4 остаток.

Пусть: $x+1$ дел на "4", $y=x+1$.

$3(y-1)^2-y+1+2 = 3y^2-6y+3-y+3 = 3y^2-7y+6 = y(3y-7)+4+2$,

где $y(3y+7)+4$ дел на "4", а "2" - нет $\Rightarrow$

x - дел на 2 но не на 4 или $x-1$ дел на 4.



$$\begin{cases} AD = \sin(2\alpha)\cdot x = \sin(\alpha)\cdot x\cdot 2 \\ AC = AH + HC = \cos(\alpha)\,2x + \cos(2\alpha)\cdot x \\ \sin(\alpha)\cdot x\cdot 2 \cdot (\cos(\alpha)\,2x + \cos(2\alpha)\cdot x) = 10\sqrt{3} \end{cases}$$

$\cos(\alpha) = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$ ~~$\cos\cdot\sin x = t$~~ $\sin(2x) = 2\cdot\sin(\alpha)\cdot(1-\sin^2\alpha)$

$\cos(2\alpha) =$

$\sin(2\alpha) = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 2\cdot\sin\alpha$